



## Capítulo 1

# DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DERIVADAS DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

## 1. Introducción

La distribución de probabilidad Normal es la más utilizada en aplicaciones estadísticas porque numerosas variables continuas poseen un comportamiento que puede ser ajustado por este modelo.

Los objetivos de este capítulo son conocer tres nuevas distribuciones de probabilidad derivadas a partir de la variable con distribución normal y aplicarlas a diversos problemas de inferencia estadística. Como estas distribuciones se deducen de la variable normal, los modelos son aplicables solo a muestras extraídas de poblaciones normales, también conocidas como distribuciones para muestras pequeñas. Estas distribuciones son la Chi-cuadrado, la  $F$  de Snedecor y la  $t$  de Student. Poseen un considerable interés práctico ya que desempeñan un papel muy importante en inferencia estadística.



**Gráfico 1.1.** Distribuciones derivadas de la Normal

Las tres distribuciones mencionadas tienen asociados parámetros que se conocen con el nombre de **grados de libertad**. Matemáticamente, los grados de libertad son la cantidad de observaciones linealmente independientes que existen en una suma de cuadrados. Una forma práctica de determinar los grados de libertad asociados a un estadístico es considerar el número de observaciones disponibles menos el número de estimadores

calculados a partir de los datos<sup>1</sup>. Los estadísticos son funciones de los estimadores y los parámetros, y serán estudiados en el próximo capítulo.

## 2. Distribución Chi-cuadrado de Pearson

Comenzamos a trabajar con la **distribución Chi-cuadrado**, por cuanto la  $t$  y la  $F$  se derivan a partir de la misma y tienen los grados de libertad de la variable Chi-cuadrado de la que se deducen.

Sea una muestra aleatoria de tamaño  $n$  extraída de una población, cuya variable posee distribución normal:  $X \sim N(\mu, \sigma)$

$$X_1, X_2, \dots, X_n \quad E(X_i) = \mu \quad V(X_i) = \sigma^2$$

Si se estandarizan las  $n$  variables (se distribuyen de manera normal, independientemente, con media cero y varianza 1), tenemos que:

$$Z_1, Z_2, \dots, Z_n \quad E(Z_i) = 0 \quad V(Z_i) = 1$$

Si se suman los cuadrados de las variables estandarizadas, se obtiene una variable con distribución Chi-cuadrado con  **$n$  grados de libertad**.

$$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n Z_i^2$$

El único parámetro de esta distribución lo constituye el valor de los grados de libertad. Su esperanza es igual a los grados de libertad y su varianza el doble de ese valor.

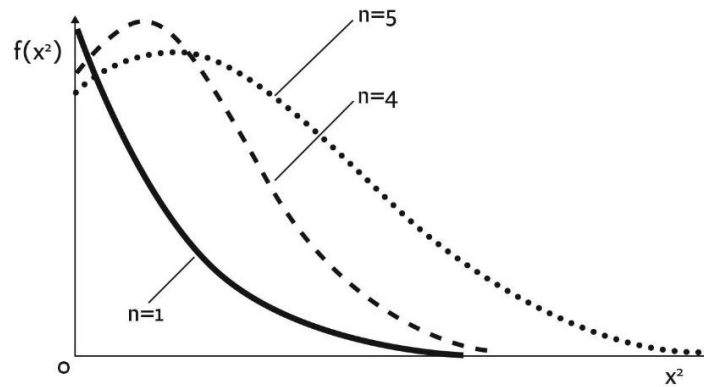
$$E(\chi_n^2) = n \quad V(\chi_n^2) = 2n$$

### 2.1. Características de la distribución Chi-cuadrado

- Por tratarse de una suma de cuadrados solo asume valores positivos.
- Hay una distribución Chi-cuadrado para cada valor de los grados de libertad.
- Como se advierte en el Gráfico 1.2, la función de densidad de esta variable presenta asimetría derecha, pero conforme aumenta el número de grados de libertad, se aproxima a la normal.

---

<sup>1</sup> Estrictamente, los grados de libertad están determinados por el rango de la matriz asociada a una forma cuadrática. Para profundizar este tema se puede consultar Mood y Graybill (1978).

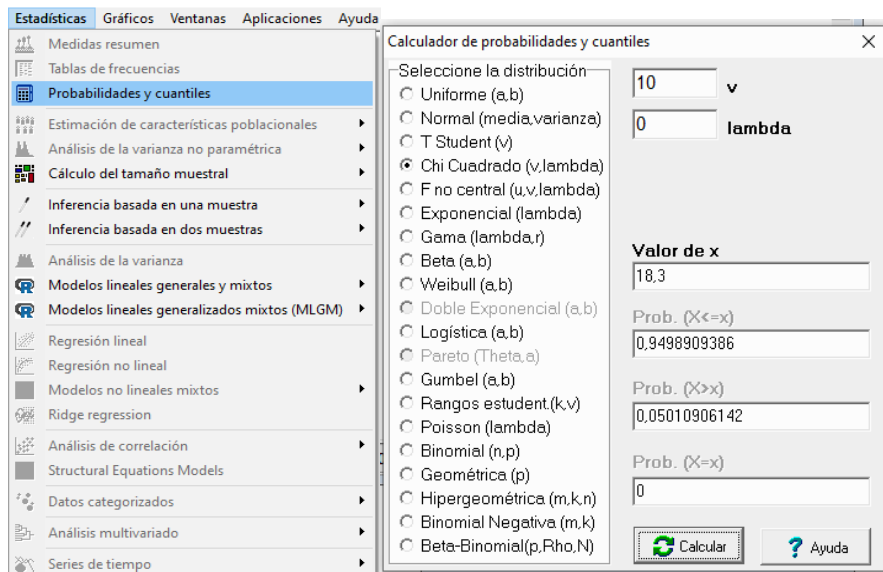


**Gráfico 1.2.** Distribución Chi-cuadrado

✓ **Ejemplo**

Supongamos que queremos obtener la probabilidad de que una variable con distribución Chi-cuadrado, con **10** grados de libertad, asuma valores menores que **18,3**. La probabilidad solicitada con InfoStat se muestra en la salida siguiente, donde se debe advertir que la información que solicita el cuadro de diálogo como “v” son los grados de libertad (lambda debe dejarse en cero).

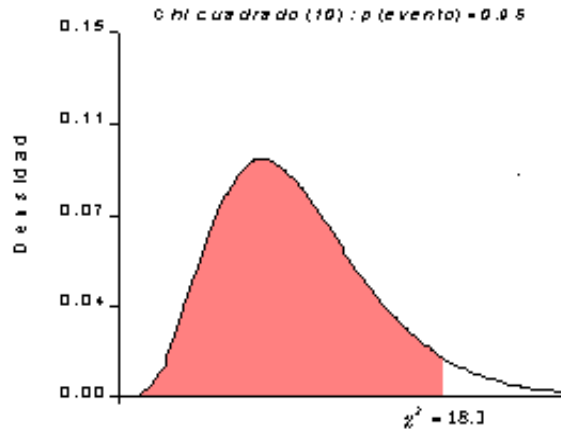
Para ello, en el programa InfoStat debemos desplegar el menú “Estadísticas” y seleccionar “Probabilidades y cuantiles”. Luego, debemos seleccionar la distribución de probabilidad sobre la que queremos calcular probabilidades.



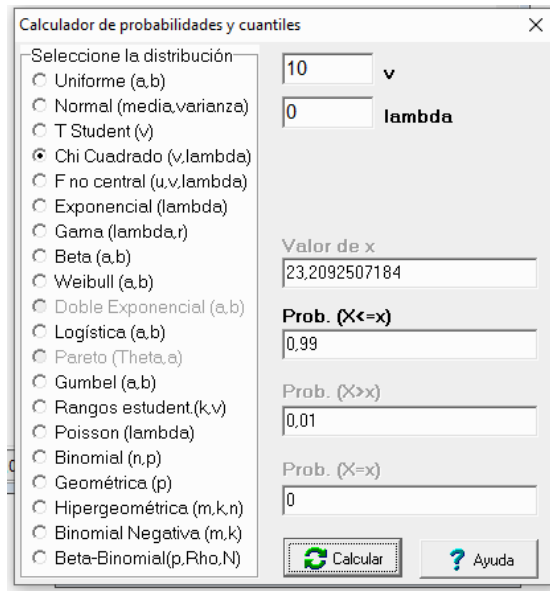
Por lo tanto,

$$P(\chi_{10}^2 < 18,3) = P(\chi_{10}^2 \leq 18,3) = 0,9499$$

El siguiente gráfico ilustra sobre el significado de este resultado.



Si queremos determinar el valor de la variable que acumula el 99 %, y a ese valor lo llamamos c, tenemos:



Es decir:

$$P(\chi_{10}^2 < c) = 0,99$$

Por lo tanto,  $c = 23,21$ .

Retomando la definición de la distribución Chi-cuadrado:

$$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$$

En general, no se conoce la media poblacional y, para estandarizar, trabajamos con la media de la muestra, por lo que se pierde un grado de libertad, dando como resultado una distribución Chi-cuadrado con  $n-1$  grados de libertad. La varianza poblacional puede ser conocida por estudios anteriores y, como goza de

estabilidad, puede considerarse conocida.

$$\chi_{n-1}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2}$$

La expresión más frecuente para esta variable es la siguiente:

$$\chi_{n-1}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

donde  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

Si analizamos la expresión de la variable  $\chi_{n-1}^2$ , observamos que la misma relaciona la varianza muestral y la varianza poblacional, por lo que esta distribución se utiliza para hacer inferencias respecto a la varianza poblacional, como veremos más adelante.



### Actividades de aprendizaje

Le proponemos las siguientes actividades de aprendizaje para afianzar los contenidos aprendidos hasta el momento.

#### Actividad 1

Sea la variable *estatura de mujeres*, con distribución normal con varianza  $36\text{cm}^2$ . Suponga que se extrajo una muestra aleatoria de 11 estudiantes, se midió su estatura y se obtuvieron los siguientes estadísticos muestrales:

$$\bar{x} = 163,5 \text{ cm} \quad s^2 = 42,25 \text{ cm}^2$$

- ¿Cuál es el valor observado del estadístico Chi-cuadrado?
- ¿Cuántos grados de libertad tiene?

#### Actividad 2

Sea una variable aleatoria que se distribuye  $\chi^2$  con 15 grados de libertad, encontrar las siguientes probabilidades:

- $P(\chi^2 \leq 7,26)$
- $P(\chi^2 > 25)$
- $P(\chi^2 \geq 6,26)$
- $P(8,55 \leq \chi^2 \leq 27,5)$

#### Actividad 3

Sea una variable aleatoria que se distribuye  $\chi^2$  con 25 grados de libertad, encontrar el

valor de  $\chi^{2*}$  tal que:

- El área a la izquierda de  $\chi^{2*}$  sea de 0,05.
- El área a la derecha de  $\chi^{2*}$  sea de 0,975.
- El área a la derecha de  $\chi^{2*}$  sea de 0,01.
- El área entre  $\chi_1^{2*}$  y  $\chi_2^{2*}$  sea de 0,95, siendo la probabilidad entre 0 y  $\chi_1^{2*}$  de 0,025.

### 3. Distribución F de Snedecor

La distribución F de Snedecor se define como el cociente de dos variables Chi-cuadrado estadísticamente independientes, divididas por sus respectivos grados de libertad.

Si las variables  $U$  y  $V$  tienen distribución Chi-cuadrado con  $n$  y  $m$  grados de libertad respectivamente, es decir,

$$U \sim \chi_n^2 \quad V \sim \chi_m^2$$

la variable F con  $n$  grados de libertad en el numerador y  $m$  en el denominador, se obtiene calculando:

$$F_{n,m} = \frac{\frac{U}{n}}{\frac{V}{m}}$$

La esperanza y varianza de una variable con distribución F de Snedecor:

$$E(F_{n,m}) = \frac{m}{m-2} \quad \text{para } m > 2$$

$$V(F_{n,m}) = \frac{2m^2(n+m-2)}{n(m-2)^2(m-4)} \quad \text{para } m > 4$$

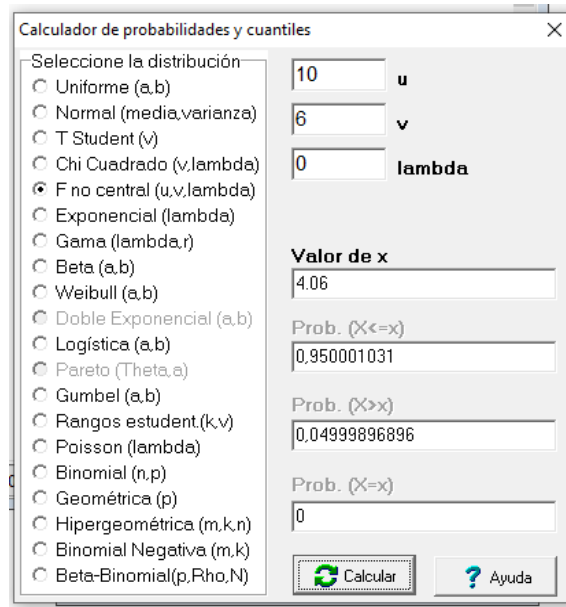
#### 3.1. Características de la distribución F de Snedecor

- Al igual que la distribución Chi-cuadrado, la distribución  $F$  solo asume valores positivos.
- Presenta asimetría derecha.
- Hay una distribución para cada combinación de los grados de libertad del numerador y denominador.

#### ✓ Ejemplo

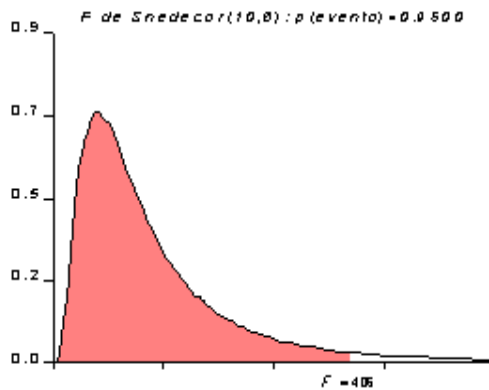
Suponemos una variable con distribución F con 10 grados de libertad en el numerador y 6 grados de libertad en el denominador, y se desea determinar la probabilidad de que sea menor a 4,06. La probabilidad solicitada con InfoStat se

muestra en la salida siguiente, donde se debe advertir que, en la información solicitada por el cuadro de diálogo, “u” refiere a los grados de libertad del numerador y “v”, a los del denominador (lambda debe dejarse en cero).



$$P(F_{10,6} < 4,06) = 0,95$$

Gráficamente, la probabilidad calculada se muestra a continuación:



De manera similar, se puede obtener en InfoStat un valor de la distribución  $F$ , dada cierta probabilidad acumulada.

Toda vez que se necesite comparar dos sumas de cuadrados independientes, se deberá construir un estadístico  $F$ . Por ejemplo, se está analizando una variable que representa el diámetro de una pieza y queremos comparar la variabilidad en dos máquinas diferentes. Suponemos que se extrae una muestra de piezas de tamaño  $n_1$  de la máquina A y otra muestra de tamaño  $n_2$  de la máquina B. Podemos construir el estadístico Chi-cuadrado para los datos de cada muestra y expresarlo según:

$$U = \frac{(n_1 - 1)S_1^2}{\sigma_1^2} \sim \chi_{n_1-1}^2$$

$$V = \frac{(n_2 - 1)S_2^2}{\sigma_2^2} \sim \chi_{n_2-1}^2$$

A partir de dos variables Chi-cuadrado construimos un estadístico  $F$  efectuando el cociente de las mismas, divididas por sus respectivos grados de libertad:

$$F_{n_1-1, n_2-1} = \frac{\frac{(n_1 - 1)S_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{(n_2 - 1)S_2^2}{\sigma_2^2}} = \frac{S_1^2 \sigma_2^2}{S_2^2 \sigma_1^2}$$

Hemos arribado a una expresión que multiplica el cociente de varianzas muestrales por el cociente de varianzas poblacionales. Si es razonable suponer que las varianzas poblacionales, en los dos grupos, son iguales ( $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ), la distribución  $F$  resulta igual al cociente de las varianzas muestrales.

Esta distribución se utiliza, además, en numerosos modelos estadísticos que se desarrollarán en esta materia; entre ellos, el análisis de varianza y el análisis de regresión.



### Actividades de aprendizaje

Le proponemos las siguientes actividades de aprendizaje para afianzar los contenidos aprendidos hasta el momento.

#### Actividad 4

Sea  $F$  una variable aleatoria con distribución  $F$  de Snedecor, encontrar el valor de  $F^*$  de acuerdo a los siguientes datos:

- a)  $P(F < F_{m,n}^*) = 0,95$       donde  $m = 6$  y  $n = 15$
- b)  $P(F > F_{m,n}^*) = 0,99$       donde  $m = 12$  y  $n = 5$
- c)  $P(F \leq F_{m,n}^*) = 0,05$       donde  $m = 30$  y  $n = 20$

#### Actividad 5

Sea una variable  $X$  con distribución  $F$ , con 20 grados de libertad en el numerador y 8 el denominador, encontrar las siguientes probabilidades:

- a)  $P(X < 3,15)$
- b)  $P(X > 5,36)$
- c)  $P(X > 0)$



d)  $P(0 < X < 3,15)$

**Actividad 6**

Sea  $F$  una variable aleatoria con distribución  $F$  de Snedecor con 9 y 7 grados de libertad en el numerador y denominador respectivamente. Encontrar los valores críticos entre los que se encuentra el 95 % de los valores de la variable. Considere que la probabilidad en las colas de la distribución se divide en partes iguales.

**Actividad 7**

Sea una variable aleatoria con distribución  $F$  de Snedecor con 12 y 5 grados de libertad en el numerador y denominador respectivamente.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la variable asuma un valor menor que 2,96?
- b) ¿Cuál debe ser el valor de la variable para que la probabilidad de superarlo sea del 0,05?
- c) ¿Cuál debe ser el valor de la variable para que la probabilidad de superarlo sea del 0,90?

## 4. Distribución $t$ de Student

La distribución  $t$  de Student se define como el cociente entre una variable  $Y$  con distribución Normal  $(0,1)$  y la raíz cuadrada de una variable  $U$  con distribución Chi-cuadrado dividida por sus grados de libertad; siendo  $Y$  y  $U$  estadísticamente independientes. La variable  $t$  resultante tiene asociados los grados de libertad de la distribución Chi-cuadrado.

$$Y \sim N(0,1)$$

$$U \sim \chi_u^2$$

$$t_u = \frac{Y}{\sqrt{\frac{U}{u}}}$$

La esperanza de una variable con distribución  $t$  de Student es igual a cero y su varianza es igual a los grados de libertad divididos por ese valor menos 2.

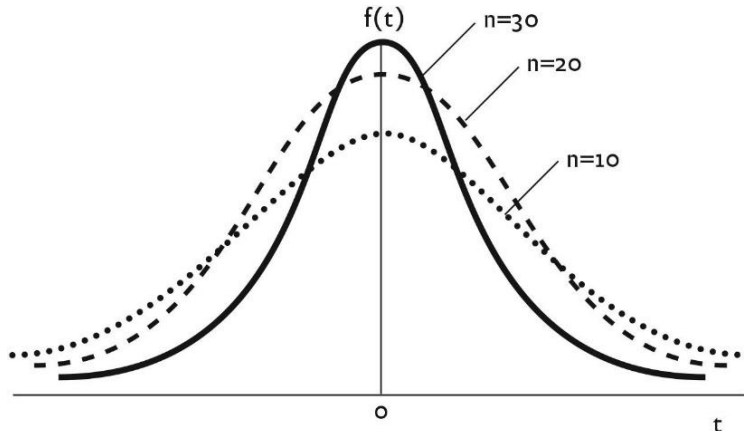
$$E(t_v) = 0 \quad V(t_v) = \frac{v}{v-2} \text{ para } v > 2$$

### 4.1. Características de la distribución $t$ de Student

- La distribución  $t$  es simétrica con media cero y su forma es muy similar a la normal,

aunque un poco más aplanada. De hecho, a medida que aumentan los grados de libertad, su densidad se aproxima cada vez más a la curva de la normal estándar.

- Es una variable continua que asume valores entre  $-\infty$  a  $\infty$ .
- Al igual que la normal, es simétrica con respecto a cero.
- Hay una distribución  $t$  para cada valor de los grados de libertad.



**Gráfico 1.3.** Distribución  $t$  de Student

## ✓ Ejemplo

Consideremos una  $t$  con 10 grados libertad. Queremos saber cuál es el valor que acumula el 99 %. El valor calculado con InfoStat se muestra en la salida siguiente, donde se debe advertir que la información que solicita el cuadro de diálogo como “ $v$ ” son los grados de libertad.

$$P(t_{10} < c) = 0,99$$

Por lo tanto,  $c = 2.7638$

Retomando la definición de la distribución t:

$$t_u = \frac{Y}{\sqrt{\frac{U}{u}}}$$

Si reemplazamos la variable Normal estandarizada del numerador por el estadístico  $z = \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$  y la variable Chi-cuadrado del denominador por  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$ , obtenemos:

$$t_{n-1} = \frac{\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}{\sqrt{\frac{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}}{n-1}}} = \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Esta expresión se utilizará para realizar inferencia sobre la media poblacional cuando se desconoce la varianza poblacional.



### Actividades de aprendizaje

Le proponemos las siguientes actividades de aprendizaje para afianzar los contenidos aprendidos hasta el momento.

#### Actividad 8

Considerando que la variable  $t$  tiene una distribución  $t$  de Student con 15 grados de libertad, encontrar las siguientes probabilidades:

- a)  $P(t \leq 1,341)$
- b)  $P(t \geq 2,131)$
- c)  $P(t < 2,602)$
- d)  $P(t > 2,947)$
- e)  $P(t \leq -2,602)$
- f)  $P(-1,341 \leq t \leq 1,341)$
- g)  $P(|t| \leq 2,947)$
- h)  $P(|t| \geq 1,341)$

#### Actividad 9

Tomando muestras de poblaciones normales con media  $\mu$  y varianza desconocida, se define el estadístico  $t$  de Student con  $(n-1)$  grados de libertad. Considerar los distintos

tamaños de las muestras que se exponen a continuación y encontrar la probabilidad que se indica para cada caso:

- a)  $n = 7$   $P(-2,015 \leq t_{n-1} \leq 2,015)$   
 b)  $n = 20$   $P(-1,734 \leq t_{n-1} \leq 1,734)$   
 c)  $n = 37$   $P(-1,690 \leq t_{n-1} \leq 1,690)$   
 d)  $n = 52$   $P(-1,676 \leq t_{n-1} \leq 1,676)$   
 e)  $n = 102$   $P(-1,660 \leq t_{n-1} \leq 1,660)$   
 f)  $n = 1002$   $P(-1,646 \leq t_{n-1} \leq 1,646)$

### Actividad 10

El estadístico  $k$  con distribución  $t$  de Student con 20 grados de libertad se utiliza para medir la capacidad que tiene el precio de un bien sustituto de explicar los cambios en la demanda. Si  $k$  toma valores dentro del intervalo  $t = \pm 1,725$  se confirma que el precio tiene capacidad para explicar los cambios en la demanda. ¿Cuál es la probabilidad que el precio no tenga dicha capacidad?

Hemos presentando en este capítulo tres distribuciones derivadas de la Normal que serán utilizadas en los capítulos siguientes en diversos procedimientos de estimación y pruebas de hipótesis.

## 5. Respuesta a las actividades

### Actividad 1

$$a) \chi^2 = \frac{(11-1) \times 42,25}{36} = 11,74$$

$$b) \chi^2_{11-1} = \chi^2_{10}$$

## Actividad 2

Sea  $\chi^2_{15}$

a)  $P(\chi^2 \leq 7,26) = 0,04997$

b)  $P(\chi^2 > 25) = 0,04994$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

0 lambda

Valor de x

7.26

Prob. (X<=x)

0.04997084092

Prob. (X>x)

0.9500291591

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

0 lambda

Valor de x

25

Prob. (X<=x)

0.9500565665

Prob. (X>x)

0.04994343352

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

c)  $P(\chi^2 \geq 6,26) = 0,97504$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

0 lambda

Valor de x

6.26

Prob. (X<=x)

0.9750831085

Prob. (X>x)

0.02491689152

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

$$\begin{aligned}
 d) P(8,55 \leq \chi^2 \leq 27,5) &= \\
 &= P(\chi^2 \leq 27,5) - P(\chi^2 \leq 8,55) \\
 &= 0,97508 - 0,10015 \\
 &= 0,87493
 \end{aligned}$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15  v

0  lambda

Valor de x

8.55

Prob. (X<=x)

0,1001521145

Prob. (X>x)

0,8998478855

Prob. (X=x)

0

$$\begin{aligned}
 e) (8,55 \leq \chi^2 \leq 27,5) &= \\
 &= P(\chi^2 \leq 27,5) - P(\chi^2 \leq 8,55) \\
 &= 0,97508 - 0,10015 \\
 &= 0,87493
 \end{aligned}$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15  v

0  lambda

Valor de x

8.55

Prob. (X<=x)

0,1001521145

Prob. (X>x)

0,8998478855

Prob. (X=x)

0

### Actividad 3

Sea  $\chi^2_{25}$ :

a) El área a la izquierda de  $\chi^{2*}$  es de 0,05.

$$P(\chi^2 \leq \chi^{2*}) = 0,05 \quad \chi^{2*} = 14,61$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

25 v

0 lambda

Valor de x

14,6114071831

Prob. (X<=x)

0,05

Prob. (X>x)

0,95

Prob. (X=x)

Calcular Ayuda

b) El área a la derecha de  $\chi^{2*}$  es de 0,975.

$$P(\chi^2 \geq \chi^{2*}) = 0,975 \quad \chi^{2*} = 13,12$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

25 v

0 lambda

Valor de x

13,1197199225

Prob. (X<=x)

0,025

Prob. (X>x)

0,975

Prob. (X=x)

Calcular Ayuda

c) El área a la derecha de  $\chi^{2*}$  es de 0,01.

$$P(\chi^2 \geq \chi^{2*}) = 0,01 \quad \chi^{2*} = 44,31$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

25 v

0 lambda

Valor de x

44,3141041324

Prob. (X<=x)

0,99

Prob. (X>x)

0,01

Prob. (X=x)

Calcular Ayuda

d) El área entre  $\chi_1^{2*}$  y  $\chi_2^{2*}$  es de 0,95, siendo la probabilidad entre 0 y  $\chi_1^{2*}$  de 0,025.

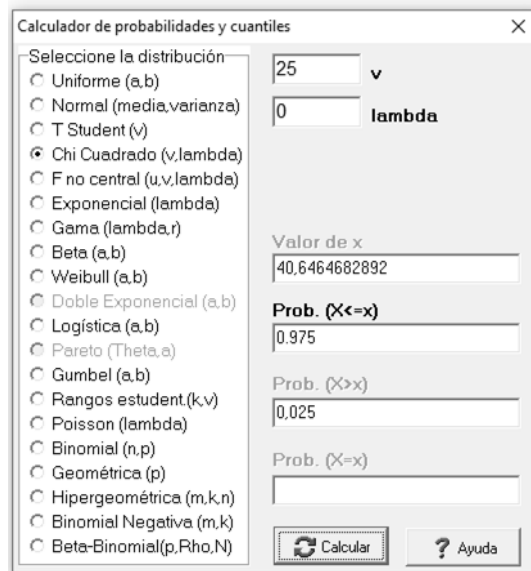
$$P(\chi_1^{2*} \leq \chi^2 \leq \chi_2^{2*}) = 0,95$$

$$P(\chi^2 \leq \chi_1^{2*}) = 0,025$$

$$\chi_1^{2*} = 13,12$$

$$P(\chi^2 \leq \chi_2^{2*}) = 0,975$$

$$\chi_2^{2*} = 40,65$$

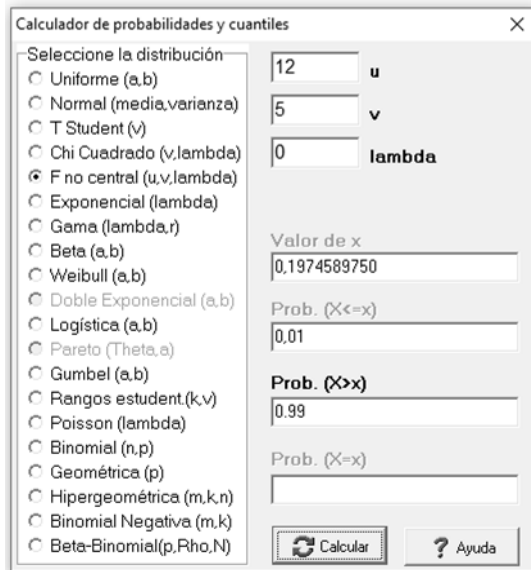
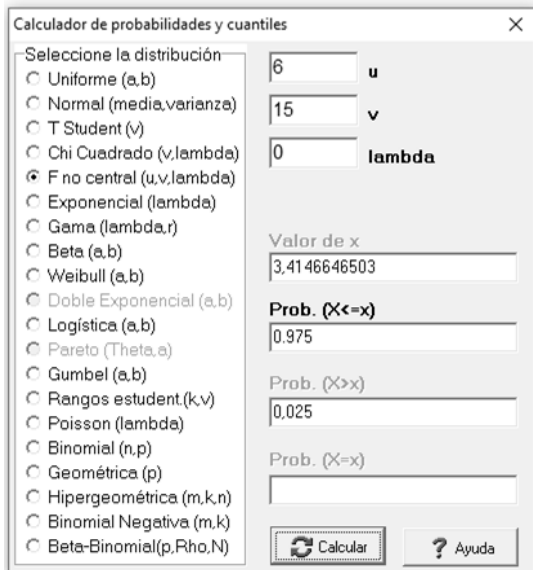


### Actividad 4

Hallar el valor de  $F^*$ , tal que:

a)  $P(F < F^*_{m,n}) = 0,975$   
 dónde:  $m = 6, n = 15$   $F^* = 3,41$

b)  $P(F > F^*_{m,n}) = 0,99$   
 dónde:  $m = 12, n = 5$   $F^* = 0,197$





c)  $P(F \leq F^*_{m,n}) = 0,05$   
 dónde:  $m = 30, n = 20$   
 $F^* = 0,518$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial (p,Rho,N)

30 u  
20 v  
0 lambda

Valor de x  
0,5176911969

Prob. (X<=x)  
0,05

Prob. (X>x)  
0,95

Prob. (X=x)

Calcular Ayuda

**Actividad 5**

a)  $P(X \leq 3,15) = 0,94999$

b)  $P(X > 5,36) = 0,00999$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial (p,Rho,N)

20 u  
8 v  
0 lambda

Valor de x  
3,15

Prob. (X<=x)  
0,9499856659

Prob. (X>x)  
0,05001433406

Prob. (X=x)  
0

Calcular Ayuda

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial (p,Rho,N)

20 u  
8 v  
0 lambda

Valor de x  
5,36

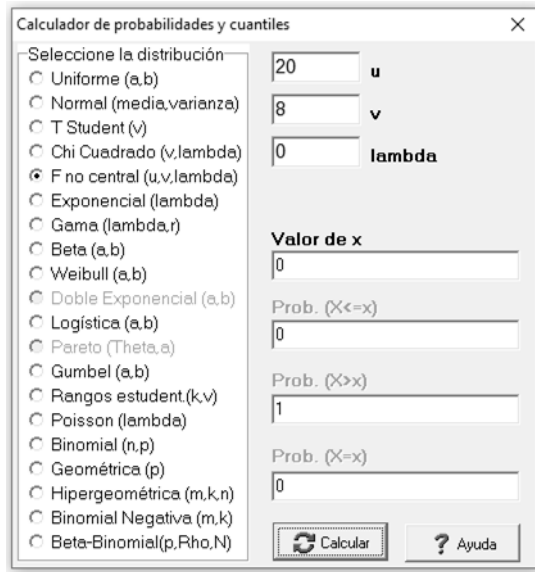
Prob. (X<=x)  
0,9900054701

Prob. (X>x)  
0,009994529853

Prob. (X=x)  
0

Calcular Ayuda

c)  $P(X \geq 0) = 1$



d)  $P(0 \leq X \leq 3,15) = F(3,15) - F(0) = 0,94999$

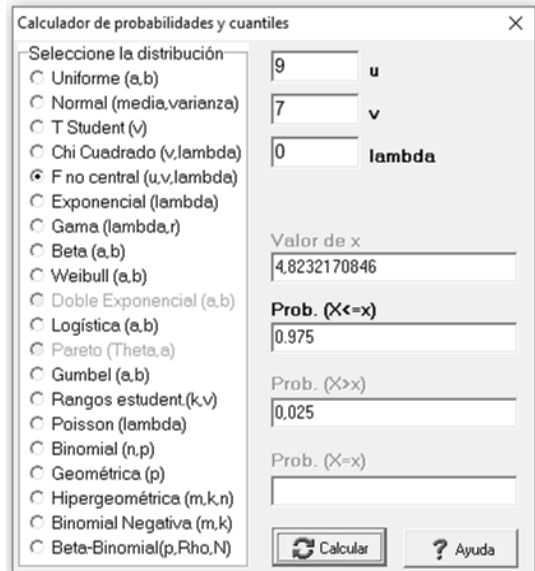
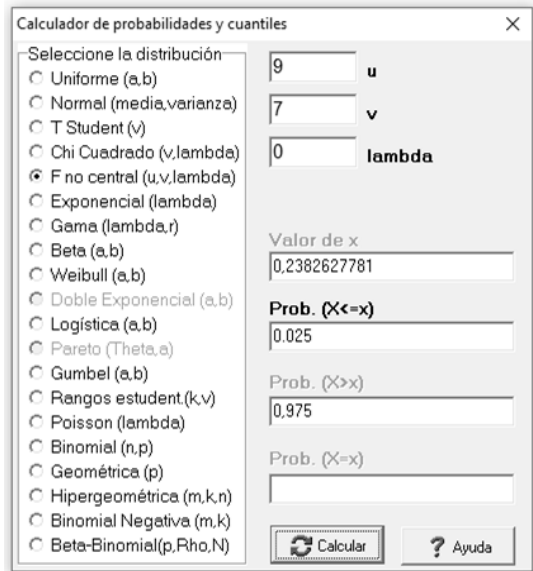
**Actividad 6**

$F_{9,7}$

$P(F_1 \leq F \leq F_2) = 0,95$

$P(F \leq F_1) = 0,025 \quad F_1 = 0,2383$

$P(F \leq F_2) = 0,975 \quad F_2 = 4,8232$



### Actividad 7

$F_{12,5}$

a)  $P(F \leq 2,96) = 0,8803$

b)  $P(F > F_1) = 0,05 \quad F_1 = 4,6777$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

12 u

5 v

0 lambda

Valor de x

2.96

Prob. (X<=x)

0.880325789

Prob. (X>x)

0.119674211

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

12 u

5 v

0 lambda

Valor de x

4.6777037904

Prob. (X<=x)

0.95

Prob. (X>x)

0.05

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

c)  $P(F > F_2) = 0,90 \quad F_2 = 0,41771$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

12 u

5 v

0 lambda

Valor de x

0.4177070595

Prob. (X<=x)

0.1

Prob. (X>x)

0.9

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

### Actividad 8

$t_{15}$

a)  $P(t \leq 1,341) = 0,90$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent.(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

Valor de x

1.341

Prob. (X<=x)

0,9000625642

Prob. (X>x)

0,09993743575

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

b)  $P(t \geq 2,131) = 0,025$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent.(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

Valor de x

2.131

Prob. (X<=x)

0,9749787481

Prob. (X>x)

0,02502125192

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

c)  $P(t < 2,602) = 0,98999$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent.(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

Valor de x

2.602

Prob. (X<=x)

0,9899904329

Prob. (X>x)

0,01000956709

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

d)  $P(t > 2,947) = 0,00499$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent.(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

Valor de x

2.947

Prob. (X<=x)

0,9950029163

Prob. (X>x)

0,004997083706

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

e)  $P(t \leq -2,602) = 0,01$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

Valor de x: -2.602

Prob. (X<=x): 0,01000956709

Prob. (X>x): 0,9899904329

Prob. (X=x): 0

Calcular Ayuda

f)  $P(-1,341 \leq t \leq 1,341) =$   
 $2 \cdot F(1,341) - 1 =$   
 $(2 \cdot 0,90) - 1 = 0,80$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

Valor de x: 1.341

Prob. (X<=x): 0,9000625642

Prob. (X>x): 0,09993743575

Prob. (X=x): 0

Calcular Ayuda

g)  $P(|t| \leq 2,947) =$   
 $= P(-2,947 \leq t \leq 2,947)$   
 $= 2 \cdot F(2,947) - 1$   
 $= (2 \cdot 0,995) - 1$   
 $= 0,99$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

Valor de x: 2.947

Prob. (X<=x): 0,9950029163

Prob. (X>x): 0,004997083706

Prob. (X=x): 0

Calcular Ayuda

h)  $P(|t| \geq 1,341) =$   
 $= P(t \leq -1,341) + P(t \geq 1,341)$   
 $= 2 \cdot F(1,341) - 2$   
 $= 2(1 - 0,90)$   
 $= 0,20$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

15 v

Valor de x: 1.341

Prob. (X<=x): 0,9000625642

Prob. (X>x): 0,09993743575

Prob. (X=x): 0

Calcular Ayuda

### Actividad 9

a)  $n = 7$

$$\begin{aligned} Pr(-2,015 \leq t \leq 2,015) &= \\ &= 2 \cdot F(2,015) - 1 \\ &= (2,0,9547) - 1 \\ &= 0,9094 \end{aligned}$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

6

Valor de x

2.015

Prob. (X<=x)

0,9547373659

Prob. (X>x)

0,04526263408

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

b)  $n = 20$

$$\begin{aligned} Pr(-1,734 \leq t \leq 1,734) &= \\ &= 2 \cdot F(1,734) - 1 \\ &= (2,0,9504) - 1 \\ &= 0,9008 \end{aligned}$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

19

Valor de x

1.734

Prob. (X<=x)

0,9504427099

Prob. (X>x)

0,04955729006

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

c)  $n = 37$

$$\begin{aligned} Pr(-1,690 \leq t \leq 1,690) &= \\ &= 2 \cdot F(1,690) - 1 \\ &= (2,0,9502) - 1 \\ &= 0,9004 \end{aligned}$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

36

Valor de x

1.69

Prob. (X<=x)

0,9501644856

Prob. (X>x)

0,04983551441

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

d)  $n = 52$

$$\begin{aligned} Pr(-1,676 \leq t \leq 1,676) &= \\ &= 2 \cdot F(1,676) - 1 \\ &= (2,0,9501) - 1 \\ &= 0,9002 \end{aligned}$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambda)
- F no central (u,v,lambda)
- Exponencial (lambda)
- Gama (lambda,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent (k,v)
- Poisson (lambda)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

51

Valor de x

1.676

Prob. (X<=x)

0,9500704645

Prob. (X>x)

0,04992953548

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

e)  $n = 102$

$$\begin{aligned} Pr(-1,660 \leq t \leq 1,660) &= \\ &= 2 \cdot F(1,660) - 1 \\ &= (2 \cdot 0,9499) - 1 \\ &= 0,8898 \end{aligned}$$

f)  $n = 1002$

$$\begin{aligned} Pr(-1,646 \leq t \leq 1,646) &= \\ &= 2 \cdot F(1,646) - 1 \\ &= (2 \cdot 0,94996) - 1 \\ &= 0,89992 \end{aligned}$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambdas)
- F no central (u,v,lambdas)
- Exponencial (lambdas)
- Gama (lambdas,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambdas)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

101 v

Valor de x

1.66

Prob. (X<=x)

0,9499918697

Prob. (X>x)

0,05000813032

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambdas)
- F no central (u,v,lambdas)
- Exponencial (lambdas)
- Gama (lambdas,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambdas)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

1001 v

Valor de x

1.646

Prob. (X<=x)

0,9499611642

Prob. (X>x)

0,0500388358

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda

### Actividad 10

$t_{20}$

$$\begin{aligned} P(|t| \geq 1,725) &= 2 \cdot (1 - F(1,725)) \\ &= 2 \cdot (1 - 0,95) \\ &= 0,10 \end{aligned}$$

Calculador de probabilidades y cuantiles

Seleccione la distribución

- Uniforme (a,b)
- Normal (media,varianza)
- T Student (v)
- Chi Cuadrado (v,lambdas)
- F no central (u,v,lambdas)
- Exponencial (lambdas)
- Gama (lambdas,r)
- Beta (a,b)
- Weibull (a,b)
- Doble Exponencial (a,b)
- Logística (a,b)
- Pareto (Theta,a)
- Gumbel (a,b)
- Rangos estudent(k,v)
- Poisson (lambdas)
- Binomial (n,p)
- Geométrica (p)
- Hipergeométrica (m,k,n)
- Binomial Negativa (m,k)
- Beta-Binomial(p,Rho,N)

20 v

Valor de x

1.725

Prob. (X<=x)

0,9500258822

Prob. (X>x)

0,04997411782

Prob. (X=x)

0

Calcular Ayuda